11 Exercice Principale 2014 30' 5 Points

Le plan complexe est rapporté a un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$.

1°) a) Vérifier que $(1-5i)^2=-24-10i$.

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $z^2+(3-i)z+8+i=0$.

2°) Soient A, B et C les points d'affixes respectives $z_A=-2+3i$, $z_B=-1-2i$ et $z_C=4-i$.

a) Placer dans le plan les points A, B et C.

b) Montrer que le triangle ABC est isocèle et rectangle.

c) Déterminer l'affixe du point D pour lequel ABCD est un carré.

3°) soit (Γ) l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z-1-i|=\sqrt{13}$.

a) Déterminer l'ensemble (Γ).

b) Que représente l'ensemble (Γ) pour le carré ABCD ? Construire (Γ).

12 Exercice Principale 2015 30' 5 Points

1°) Soit dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E): z^3+2(1-i)z^2-2(1+4i)+4(-2+i)=0$

a) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $(z+1)^2=(2+i)^2$.

b) Montrer que pour tout $z\in\mathbb{C}$.

$$z^3+2(1-i)z^2-2(1+4i)+4(-2+i)=(z-2i)\left[(z+1)^2-(2+i)^2\right].$$

c) Résoudre alors l'équation (E).

2°) Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On considère les points A, B et C d'affixes respectives $2i$, $1+i$ et $-3+i$.

a) Soit $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$. Déterminer son centre I et son rayon r.

b) Montrer que $A\in\mathscr{C}$.

c) Donner la nature du triangle ABC. Justifier votre réponse.

d) Placer les points A, B et C et construire le cercle $\mathscr{C}$.